

钢结构半刚性节点非线性抗弯刚度 在设计软件中的实现方法

毛健宇, 夏心红, 方 辉, 朱 政, 李 鹏
(湖南省建筑设计院集团股份有限公司, 湖南 长沙 410012)

摘要:目前,常用设计软件只能将梁柱节点定义为完全铰接或者完全刚接,无法直接指定节点的非线性刚度,不能快捷地对梁柱半刚性节点钢结构进行整体分析。为提高设计效率,在基于通用有限元软件 ANSYS 整体分析结果的基础上,选取国内常用的钢结构设计软件 Midas Gen 及 3D3S,采用建立弹性连接并赋予其非线性刚度的方式,模拟梁柱节点半刚性连接特性,对一单榀三层框架结构进行了非线性分析,并提出了相应的修正方法。修正后的结果表明:采用本文提供的方法,Midas Gen 及 3D3S 的计算结果与 ANSYS 误差均较小,可用于结构设计。同时,采用本方法可快捷地对梁截面进行修改验算,完成合适的内力调幅,提高结构经济性。

关键词:钢结构; 半刚性节点; 设计软件; 结果对比

中图分类号: TU391

文献标识码: A

文章编号: 1673-8993(2024)08-0043-07

doi: 10.13402/j.gcjs.2024.08.104

Realization of nonlinear bending stiffness of semi-rigid joints in steel structures in design software

MAO Jianyu, XIA Xinhong, FANG Hui, ZHU Zheng, LI Peng
(Hunan Architectural Design Institute Group Co., Ltd., Changsha 410012, Hunan, China)

Abstract: At present, the common design software can only define the beam-column joint as fully hinged or completely rigid, and the nonlinear stiffness of the node cannot be directly specified, and the overall analysis of the beam-column semi-rigid joint steel structure cannot be carried out quickly. In order to improve the design efficiency, based on the overall analysis results of the general finite element software ANSYS, the steel structure design software Midas gen and 3D3S were selected to simulate the semi-rigid connection characteristics of the beam-column joints by establishing the elastic connection and giving it nonlinear stiffness, and the nonlinear analysis of a single three-layer frame structure was carried out, and the corresponding correction method was proposed. The corrected results show that the calculation results of Midas Gen and 3D3S are small and the ANSYS error is small using the method provided in this paper, which can be used for structural design. At the same time, this method can be used to quickly modify and check the beam cross-section, complete the appropriate internal force amplitude adjustment, and improve the structural economy.

Key words: steel structure; semi-rigid connection; design software; comparison of results

钢结构梁柱节点在计算时一般被假定为理想铰接或完全刚接,但工程实践中使用的大部分节点刚度均处在完全刚性和理想铰接两种极端情况之间,即半刚性连接。半刚性连接节点的性能介

于刚接和铰接之间,梁柱节点的半刚性增大了节点的柔性,加大了框架结构的水平侧移;但半刚性节点韧性较好,耗能能力较强,抵抗地震作用的能力较强。同时,节点用钢量省,施工技术简

收稿日期: 2024-01-02

作者简介: 毛健宇(1983—),男,高级工程师,从事钢结构、超高层建筑、装配式建筑设计。

单,可广泛的用于多层或小高层钢框架结构中。

近年来,在我国大力推动建筑工业化、产业升级的大背景下,钢结构建筑得到了快速发展,半刚性节点研究也越来越多的引起了国内外专家的重视。研究也逐步由实验及理论分析向工程应用及软件实现方面延伸。李志月^[2]采用 MATLAB 及 VB 两种语言编制计算程序,可以计算分析半刚性节点连接空间框架的线性静力问题,并给出了算例;刘伟^[9]推导了可以考虑构件的初始缺陷、塑性铰及半刚性连接的点平衡差值单元的刚度矩阵,并通过 NIDA 设计软件采用直接分析法对两个实验算例进行了分析;国家行业标准《端板式半刚性连接钢结构技术规程》(CECS260:2009)^[3]分别给出了对于竖向荷载作用下及竖向、水平荷载共同作用下半刚接连接钢框架结构的内力及位移的计算公式。但以上文献采用的计算分析方式与流程同现在结构设计所采用的有很大不同,实际操作困难。而且目前采用常规计算软件对半刚性节点钢结构进行整体分析的研究也较少。

为解决上述问题,本文选用国内常用的钢结构设计软件 Midas Gen 及 3D3S,研究在软件中模拟梁柱半刚性节点非线性抗弯刚度的方法,结合实例对结构的内力及位移进行非线性分析。并将各软件分析结果与通用有限元软件 ANSYS 整体分析结果进行对比,验证该方法的准确性,从而总结出采用常用钢结构设计软件考虑节点半刚性连接性能进行结构分析的基本方法。

1 模型基本信息

1.1 整体参数

模型为单榀三层二跨钢框架结构,如图 1 所示。

材料选用:Q355B;GL1 截面:HM390 mm×300 mm×10 mm×16 mm, GL2 截面:HM440 mm×300 mm×11 mm×18 mm;GZ 截面:HM300 mm×300 mm×10 mm×16 mm。

荷载:恒荷载 G 、活荷载 Q 、侧向风荷载 W 为在每层顶部附加的水平向节点荷载,如图 2 所示。

计算采用荷载组合:

工况 1: $1.3 G + 1.5 Q$;

工况 2: $1.0 G + 1.0 Q + 0.6 W$ 。

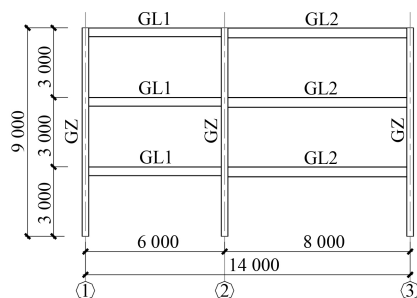


图 1 钢框架结构立面图

mm

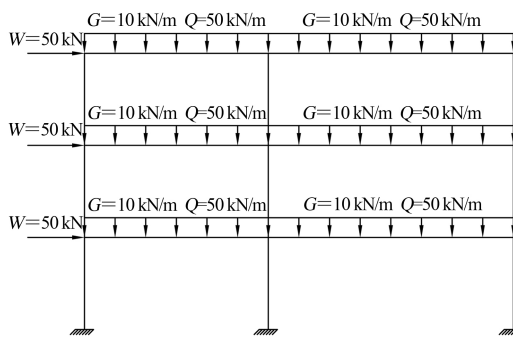


图 2 荷载分布

首先采用 3D3S 软件对模型进行内力及变形计算,梁柱节点采用刚接,计算结果如表 10 所示。

1.2 节点参数

梁柱节点的半刚性连接,常用的节点形式有顶底角钢连接节点、端板连接节点(外伸、非外伸),双 T 板连接节点等。本算例采用端板外伸的半刚性连接节点,大样形式如图 3 所示,具体几何参数详见表 1。

表 1 节点几何参数

	节点 1(GL1)	节点 2(GL2)
端板尺寸/mm	590 × 300	640 × 300
端板厚度/mm	20	20
螺栓直径/mm	24	24
斜加劲肋厚度/mm	10	20

注:其他参数见图 3 中标注。

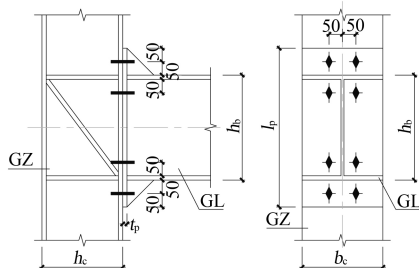


图 3 梁柱端板半刚性连接节点大样

mm

2 节点非线性参数

2.1 $M-\theta$ 曲线模型

在当前的研究中, 梁柱连接的半刚性特性一般采用弯矩-转角($M-\theta$)曲线表达。20 世纪 70 年代以来, 国内外进行了大量关于半刚性框架的理论和试验研究, 提出了多种类型的 $M-\theta$ 曲线模型^[4~7]。其中三参数幂函数模型^[6~7]参数物理意义明确, 形式直观, 应用方便, 计算精度能够满足工程实际需要。本算例采用文献^[7]中提出的三参数幂函数曲线, 表达式如下:

$$\theta = \frac{M}{K_i} \cdot \frac{1}{[1 - (M/M_u)^n]^{1/n}} \quad (1)$$

式中: K_i 为连接的初始转动刚度, $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$; M_u 为连接的极限受弯承载力, $\text{kN} \cdot \text{m}$; n 为 $M-\theta$ 曲线的形状系数。

2.2 初始转动刚度及极限受弯承载力

初始转动刚度计算采用欧洲钢结构规范 Euro Code 3^[1]中提出的组件法。该方法拆分计算节点中的各个组件刚度, 再通过刚度组合并取各组件的最小受弯承载力, 来确定 K_i 及 M_u 。

对于模型中的端板半刚性节点, 节点的各组件分别为柱腹板拉压刚度及承载力, 柱腹板的剪切刚度及承载力, 柱翼缘受弯刚度及承载力, 端板受弯刚度及承载力, 螺栓受拉刚度及承载力。

结合文献[8]的计算方法, 当多个组件位于同一高度水平时, 可以用一个等效刚度 $k_{\text{eq},i}$ 来代替这一高度处各组件的刚度, 对于受力形式相同但位于不同高度位置的组件, 可以用一个等效力臂 z_{eq} 来代替原来的力臂 z , 从而得到不同高度处的各组件等效刚度 k_{eq} 。采用文献[8]提供的方法, 计算本模型两个节点的 K_i 及 M_u , 如表 2 所示。

表 2 节点 K_i 及 M_u

项目	$K_i / (\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad})$	$M_u / (\text{kN} \cdot \text{m})$
节点 1	82 320	571
节点 2	114 051	645

2.3 形状系数的确定

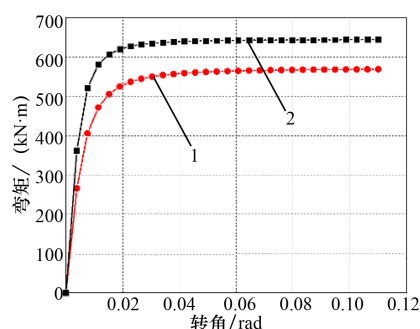
在三参数幂函数模型里, 形状系数 n 控制 $M-\theta$ 曲线非线性段的曲率, 由于形状系数不具备任何物理含义, 因此该参数需要根据真实试验去拟合。工程设计时, 把每种半刚性节点都通过试验求得

形状系数不太现实, 刘伟通过数值分析方法^[9], 发现形状系数与极限弯矩和初始转动刚度的比值有关, 分析了多种模型的弯矩转角曲线, 然后以幂函数模型为基准, 利用最小二乘原理, 拟合出外伸端板半刚性连接的近似解公式。

$$\begin{aligned} \log(M_u/K_i) &< -3.53, \\ n &= 1.398 \log(M_u/K_i) + 4.631; \\ \log(M_u/K_i) &\leq -3.53, n = 0.95 \end{aligned} \quad (2)$$

2.4 模型节点的非线性刚度曲线

根据以上分析, 将每个节点的 K_i , M_u 及 n 代入式(1), 即可绘制出节点 1 及节点 2 的 $M-\theta$ 曲线如图 4 所示。



1—H-390×300×10×16; 2—H-440×300×11×18。

图 4 节点 $M-\theta$ 曲线

3 各设计软件实现

3.1 ANSYS 中实现节点非线性刚度

三维实体有限元模型的各零部件均采用 SOLID185 单元, 各接触面均采用面-面接触单元和三维目标单元模拟, 高强螺栓通过三维预紧单元 PRETS179 来施加预紧力^[9]。有限元简化模型的梁柱采用 BEAM189 单元, 梁柱半刚性节点的转动能力采用非线性的 COMBINE39 单元来模拟。计算采用的梁柱节点 $M-\theta$ 曲线如图 4 所示。

工况 1 时半刚性节点模型弯矩图对比如图 5 所示, 顶层 2 跨梁的弯矩详见表 3。

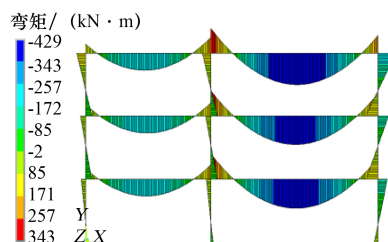


图 5 ANSYS 模型弯矩

表 3 顶层钢梁 GL1 及 GL2 弯矩 kN·m

节点编号	左端	跨中	右端
GL1	123	233	215
GL2	334	429	244

工况 2 时结构整体水平位移如图 6 所示, 钢梁竖向位移如图 7 所示, 其中顶层 GL1 及 GL2 的位移数值及柱顶节点水平位移数值如表 4 所示。

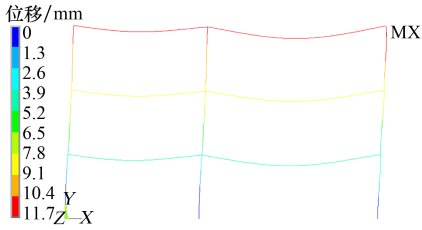


图 6 ANSYS 模型 X 向位移

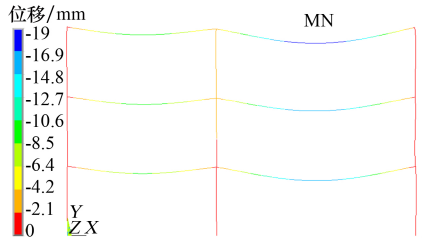


图 7 ANSYS 模型 Z 向位移

表 4 顶层钢梁 GL1 及 GL2 位移 mm

顶层钢梁竖向位移	柱顶水平位移
GL1	9.96
GL2	19.0

3.2 Midas gen 中实现节点非线性刚度

Midas gen 可通过建立弹性连接, 并对该弹性连接赋值变形 - 内力函数的方式建立节点半刚性的非线性抗弯刚度, 由于 Midas 的非线性刚度特性无法表达在梁柱节点上, 需要首先应将模型中钢梁在节点处断开, 将半刚性节点模拟为长度为 L 的微小梁段。

利用图 5 的 $M-\theta$ 曲线, 建立弹性连接的变形 - 内力函数数据。并将该函数数据添加至上步中建立的微小梁端中。

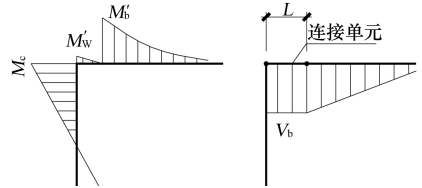


图 8 Midas gen 节点弯矩剪力示意 mm

如图 8 所示, 微小梁段与框架梁的节点设置梁端抗弯刚度释放, 使该单元与梁端铰接。在连

接单元的端部弯矩为 0 且节点处弯矩不平衡, 即 $M'_b \neq M_c$, 其原因为 M'_b 未考虑微小连接单元上由梁端剪力 V_b 产生的弯矩。

本算例工况 1, M'_b 为 $109.3 \text{ kN} \cdot \text{m}$, M_c 为 $121.6 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 可对软件输出的梁端弯矩按式 (3) 及式 (4) 进行修正:

$$M_b = M'_b + M'_w \tag{3}$$

$$M'_w = V_b L \tag{4}$$

式中: M_b 为梁端实际弯矩, $\text{kN} \cdot \text{m}$; M'_b 为软件中输出的梁端弯矩, $\text{kN} \cdot \text{m}$; M'_w 为梁端剪力在微段长度范围内对节点产生的弯矩, $\text{kN} \cdot \text{m}$; V_b 为相应工况下的梁端剪力, kN ; L 为微小连接单元长度, m 。

顶层 GL1 边节点, $M'_b = 109.3 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $V = 246.8 \text{ kN}$, $L = 0.05 \text{ m}$, M_c 为 $121.6 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 修正后 $M_b = 109.3 + 246.8 \times 0.05 = 121.6 \text{ kN} \cdot \text{m} = M_c$, 节点弯矩平衡。

工况 1 模型弯矩如图 9 所示, 其中顶层 GL1 及 GL2 的弯矩数值详见表 5。

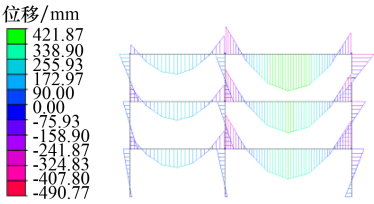


图 9 Midas gen 模型弯矩

表 5 顶层钢梁 GL1 及 GL2 弯矩 kN·m

节点编号	左端	跨中	右端
GL1	121.6	229.8	224.0
GL2	335.1	421.0	260.3

工况 2, 结构整体水平位移如图 10 所示, 钢梁竖向位移如图 11 所示, 其中顶层 GL1 及 GL2 的位移数值及柱顶节点水平位移数值如表 6 所示。

表 6 结构位移统计 mm

顶层钢梁竖向位移	柱顶水平位移
GL1	9.6
GL2	18.4

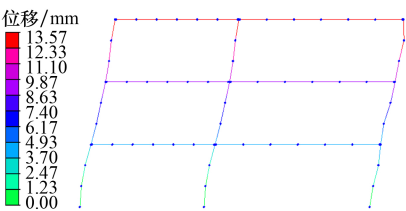


图 10 Midas gen 模型 X 向位移

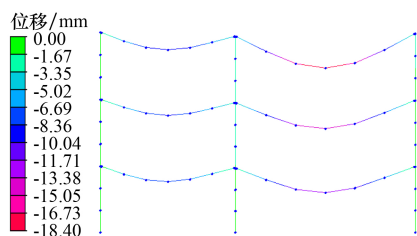


图 11 Midas gen 模型 Z 向位移

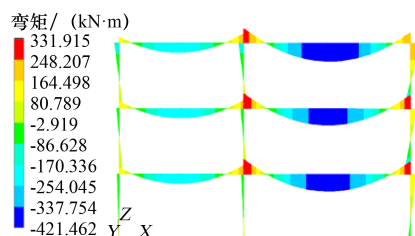


图 13 3D3S 模型弯矩图

3.3 3D3S 中实现节点非线性刚度

3D3S 软件的半刚性节点的实现方式与 Midas gen 类似, 可以通过建立连接单元, 通过对连接单元的每一个自由度进行非线性刚度的定义, 达到实现半刚性连接设计的目的。

与 Midas gen 不同的是, 3D3S 的连接单元非线性刚度属性不需赋值给微小梁段, 可以单独对微段的两个节点间直接建立带非线性抗弯刚度属性的连接单元。

3D3S 不考虑微小连接单元中由梁端剪力产生的弯矩(图 12), 但当模型中微小连接单元设置得较长时, 由梁段剪力 V_b 在连接单元长度内产生的弯矩不能忽略。此时节点弯矩应不平衡, 但软件计算结果 $M_b = M_c$, 节点弯矩平衡, 说明在柱端的弯矩也并未考虑微小梁端产生的弯矩, 此时按照式(3)、(4)修正梁端弯矩, 并不能解决柱端弯矩偏低的问题。应考虑对梁端及柱端弯矩进行修正。

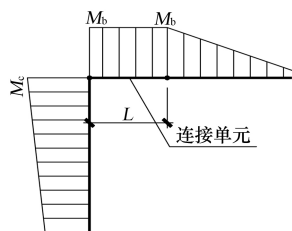


图 12 3D3S 节点弯矩示意

由式(3)、(4)可知, 节点微段长度越小, 产生的误差越小, 应在方便操作的基础上, 尽可能将微段长度 L 降至最小。本算例通过多次试算将 L 取为 0.002 m。

顶层 GL1 边节点, 当 $M_b = 121.0 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $V = 250.7 \text{ kN}$, $L = 0.002 \text{ m}$, M_c 为 $121.0 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 修正后 $M_b = M_c = 121.0 \text{ kN} \cdot \text{m} + 250.7 \text{ kN} \times 0.002 \text{ m} = 121.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 修正后 M_c 及 M_b 仅存在 $0.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 的误差, 在工程允许范围内。

工况 1, 模型弯矩如图 13 所示, 其中顶层 GL1 及 GL2 的弯矩数值如表 7 所示。

表 7 顶层钢梁 GL1 及 GL2 弯矩 $\text{kN} \cdot \text{m}$

节点编号	左端	跨中	右端
GL1	121.5	229.3	212.1
GL2	333.5	430.3	246.3

工况 2, 结构整体水平位移如图 14 所示, 钢梁竖向位移如图 15 所示, 其中顶层 GL1 及 GL2 的位移数值及柱顶节点水平位移数值如表 8 所示。

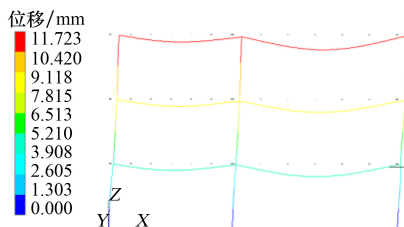


图 14 3D3S 模型 X 向位移

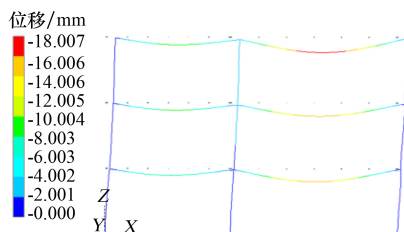


图 15 3D3S 模型 Z 向位移

表 8 结构位移统计 mm

顶层钢梁竖向位移		柱顶水平位移
GL1	GL2	
9.6	18.7	11.77

4 各软件计算数据对比及软件实现方法

4.1 数据对比

本文 3.1 ~ 3.3 节已经得到 3 款计算机软件的分析结果, 把软件计算结果及偏差汇总如表 9 所示。经过对比, ANSYS 简化模型计算结果与三维实体有限元模型吻合良好。因此, 本文以 ANSYS 简化模型的计算结果为基准进行对比。由表 9 中数据可见, 各指标计算结果, Midas gen、3D3S 与 ANSYS 的计算结果相差均较小, 可以满足工程精度要求。

表 9 各软件计算结果统计

项目	GL1 弯矩/(kN·m)			挠度/ mm	GL2 弯矩/(kN·m)			挠度/ mm	柱顶水平 位移/mm
	左端	跨中	右端		左端	跨中	右端		
Ansys	123	233	215	9.96	334	429	244	19	11.7
Midas gen	121.6	229.8	224	9.6	335.1	421	260.3	18.4	13.57
3D3S	121.5	229.3	212.1	9.6	333.5	430.3	246.3	18.7	11.77
Midas 偏差率	-1.14%	-1.4%	4.2%	-3.6%	0.3%	-1.9%	6.7%	-3.2%	16%
3D3S 偏差率	-1.14%	-1.6%	-1.3%	-3.6%	-0.15%	0.3%	0.9%	-1.6%	0.6%

在实际工程项目中,可以通过不断调整节点构造,从而调整半刚性节点连接的非线性刚度曲线,获得更合适的调幅(使跨中及节点弯矩更加接近),最终达到更优的经济性。分析表 9 中数据可知, GL1 的截面控制弯矩由刚性节点设计的 373.1 kN·m 降至半刚性节点设计的 233 kN·m, GL2 的截面控制弯矩由刚性节点设计的 490.8 kN·m 降至半刚性节点设计的 429.0 kN·m; 控制弯矩的降低,可以适当优化钢梁截面,降低成本;本例中,节点 2 的刚

度较节点 1 的刚度更大,所以 GL1 的节点及跨中弯矩较 GL2 的节点及跨中弯矩变幅更大,竖向位移增大更多,符合概念设计思路。

同时,采用半刚性节点会大幅度增加结构的变形,设计中应予以重视。表 10 中, GL1 挠度增大了 53.1%, GL2 挠度增大了 29.4%, 柱顶水平位移增大了 63.5%。结构设计时不能忽略半刚性连接对结构位移的影响。

表 10 刚性及半刚性节点设计对比

项目	GL1 弯矩/(kN·m)			挠度/ mm	GL2 弯矩/(kN·m)			挠度/ mm	柱顶水平 位移/mm
	左端	跨中	右端		左端	跨中	右端		
刚性节点设计	148.2	141.9	373.1	1/957	490.8	337.8	271.9	1/554	7.2
半刚性节点设计	121.5	229.3	212.1	1/625	333.5	430.3	246.3	1/428	11.77
变化幅度	-18%	61.6%	-43.2%	53.1%	-32.0%	27.4%	-9.4%	29.4%	63.5%

4.2 软件实现方法

结合前文算例及对比分析结果,总结出采用常规钢结构设计软件进行半刚性节点钢结构整体分析的方法如下:

- (1) 建立带连接单元的结构整体模型。
- (2) 按第 2 节方法求出节点的 $M-\theta$ 曲线。
- (3) 按求出的 $M-\theta$ 曲线赋予连接单元变形—内力函数数据。
- (4) 进行整体计算分析,并对结果进行修正。
- (5) 根据修正后的结果对构件进行各项指标验算。

5 结 论

(1) 利用 Midas Gen 进行设计时,可采用微梁段模拟节点半刚性连接特性,但计算结果应按式(3)及(4)进行修正。

(2) 利用 3D3S 进行设计时,可用节点微段

连接单元模拟节点半刚性连接特性,单元的长度对计算结果的精度存在一定影响;在建模时,应尽量减小微段连接单元的长度。

(3) 两软件的计算结果均与 ANSYS 软件计算结果的差异较小,满足工程设计的精度要求。

(4) 考虑半刚性节点非线性抗弯刚度的计算结果与刚接节点的计算结果相比,框架梁梁端弯矩降低,跨中弯矩增大,可以适当减小钢梁截面,降低造价。

(5) 考虑半刚性节点非线性抗弯刚度后,框架梁的竖向挠度及柱顶侧移均有所增加,结构设计时应考虑其影响。

参考文献:

- [1] European committee for standardization. Eurocode 3: Design of steel structures. EN 1993-1-8 [S]. London: BSI, 2005.

- [2] 李志月. 半刚性节点连接空间框架结构分析[D]. 石家庄:石家庄铁道大学,2017.
- [3] 中国工程建设标准化协会. 端板式半刚性连接钢结构技术规程:CECS260:2009[S]. 北京:中国计划出版社,2009.
- [4] YEE Y, YEE R, Melchens, Moment-rotation curves for bolted connection, *Journal of Structural Engineering* [J]. ASCE, 1993, 112(3): 615 – 635.
- [5] JONES S, KIRBY P, NETHERCOT D. Columns with semi-rigid joints, *Journal of structural Division* [J]. ASCE, 1982, 108(2): 361 – 372.
- [6] COLSON A, IOUVEAU J. Connections Incidence on the Inelastic Behavior of Steel Structures [C]. *Euromech Colloquium* 174, 1983.
- [7] KISHIN, CHEN W. Moment-rotation relations of semirigid connections with angles. *Journal of Structural Engineering* [J]. School of Civil Engineering, ASCE, 1990, 116(7): 1813 – 1834.
- [8] 李国强, 石文龙, 王静峰. 半刚性连接框架结构设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
- [9] 刘伟. 半刚性连接钢框架设计理论与方法[D]. 南京: 东南大学, 2016.

(上接第 19 页)

- [5] ALIREZA R, PARTHA P. Tornado-induced wind loads on a low-rise building: Influence of swirl ratio, translation speed and building parameters [J]. *Engineering Structures*, 2018, 167: 1 – 12.
- [6] 陈旭, 黄珑霆, 丁福祥, 等. 超大型冷却塔龙卷风作用塔筒内表面风荷载特性研究[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(21): 31 – 38.
- [7] 陈艾荣, 刘志文, 周志勇. 大跨径斜拉桥在龙卷风作用下的响应分析[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2005, 33(5): 569 – 574.
- [8] LIU Z, ZHANG. Numerical study of the wind loads on a cooling tower by a stationary tornado-like vortex through LES [J]. *Journal of Fluids & Structures*, 2018, 81: 656 – 672.
- [9] 王新, 黄生洪, 李秋胜. 龙卷风动态冲击高层建筑风荷载数值模拟[J]. *工程力学*, 2016, 33(9): 9.
- [10] LIU Z, ISHIHARA T. A study of tornado induced mean aerodynamic forces on a arch-roofed building by the large eddy simulations [J]. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, 2015, 146: 39 – 50.
- [11] 王辉, 吴洁颖, 李娜, 等. 龙卷风作用下四坡屋面建筑风荷载特性数值模拟研究[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2021, 44(3): 370 – 376.
- [12] WARD, NEIL B. The Exploration of Certain Features of Tornado Dynamics Using a Laboratory Model [J]. *Journal of Atmospheric Sciences*, 1972, 29(6): 1194 – 1204.
- [13] BAKER G L, CHURCH C R. Measurements of core radii and peak velocities in modeled atmospheric vortices [J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1979, 36(12): 2413 – 2424.
- [14] RAZAVI A, SARKAR P P. Laboratory investigation of the effects of translation on the near-ground tornado flow field [J]. *Wind and Structures*, 2018, 26(3): 179 – 190.
- [15] 汤卓, 王兆勇, 卓士梅, 等. 龙卷风作用下双坡屋面风压分布试验研究[J]. *建筑结构学报*, 2013, 34(9): 112 – 117.