

基于 Lamb 波步进扫描成像的板材损伤定位

张祖亮¹, 邓通发²

(江西理工大学 土木与测绘工程学院, 江西 赣州 341400)

摘要: 针对传统损伤成像方法在对板材进行损伤定位时需要大量的传感器的缺点, 文章分析了传统板材损伤定位方法的缺点, 并在此基础上提出基于步进扫描成像和时间反转法相结合的损伤定位方法, 该方法只需 2 个传感器就可实现损伤定位。随后通过数值模拟软件 Abaqus 建立铝板的损伤模型验证了该方法的有效性, 研究表明: 1) 改进后的方法能够定位铝板上的损伤; 2) 改进后的方法定位误差小于 1 mm。本文结果可为相关研究提供参考。

关键词: Lamb 波; 损伤成像; 时间反转; RAPID

中图分类号: TB122

文献标志码: A

文章编号: 1673-8993(2026)07-0072-07

doi: 10.13402/j.gcjs.2026.07.081

Damage location of plate based on Lamb wave step-scan imaging

ZHANG Zuliang¹, DENG Tongfa²(School of Civil Engineering and Surveying, Jiangxi University of Science
and Technology, Ganzhou 341400, Jiangxi, China)

Abstract: Traditional damage imaging methods typically require a large number of sensors to localize damage in plates. To address this limitation, the drawbacks of conventional localization techniques are analyzed and a novel approach that integrates step-scanning imaging with the time-reversal method is proposed. This proposed method can achieve damage localization using only two sensors. Subsequently, a damage model of an aluminum plate was established using the finite element software Abaqus to verify the effectiveness of the proposed method. The results indicate that: 1) the improved method successfully localizes damage on the aluminum plate; 2) the localization error is less than 1 mm. The findings of this study provide a valuable reference for related research in this field.

Key words: Lamb wave; damage imaging; time reversal; RAPID

铝及铝合金具有密度低、力学性能好、成本低及耐腐蚀等特点, 其板材被广泛应用于建筑、汽车制造及航空航天等领域。在构件或设备生产和服役期间, 由于加工、运输过程, 特别是在服役期间受到工作荷载和外部环境的影响, 铝板上易产生孔洞、裂纹、腐蚀等难以直接观察到的损伤。在损伤条件下服役的构件和设备, 其性能和寿命会受到严重的影响, 当损伤严重时甚至可能导致人员伤亡和经济损失。因此, 对构件进行损伤检测是必要的^[1]。

Lamb 波因其传播距离远、衰减小^[2]、对损伤

敏感等优点, 被广泛应用于板材的损伤检测中。但是, Lamb 波在任何频率下都会激发出至少两种模态^[3], 这使得信号在多种模态和外部噪声的叠加下变得复杂, 增加了识别的难度。为缓解多模态的影响, 刘增华等^[4]通过激发单一模态的 Lamb 波实现了铝板的损伤成像。严夏君等^[5]研究了窄带激励下 Lamb 波响应信号的时间反转聚焦过程以及频散补偿, 实验结果表明, 时间反转处理可以部分补偿频散特性引起的波包展宽、混叠等。何存富等^[6]通过结合时间反转和 Lamb 波实现了损伤定位, 由于时间反转法在损伤处的自动聚焦效应,

收稿日期: 2025-08-11

作者简介: 张祖亮(2000—), 男, 硕士研究生, 从事结构健康检测方面的研究。

大大提高了 Lamb 波的损伤定位效果。ZHAO 等^[7]提出了 RAPID (reconstruction algorithm for the probabilistic inspection of damage) 算法, 将检测区域离散成密集的点, 通过在检测区域内构造损伤概率云图定位损伤。苗晓婷等^[8]通过将时间反转、损伤成像与 Lamb 波结合, 实现了损伤的定位。当前, RAPID 算法已经被广泛运用, 发展出了环形、矩形等不同的传感器布置方式, 但是其损伤定位精度依赖于所布置传感器的数量^[9]: 传感器的数量越多, 定位越准确; 在无法布置大量传感器或传感器损坏的情况下, 难以保证损伤定位的精度。针对目前存在的不足, 本文提出结合时间反转的步进扫描成像法, 利用数值模拟软件 ABAQUS 模拟含损伤的铝板, 结合改进的成像方法实现损伤定位, 以期可为相关研究提供参考。

1 方法介绍

1.1 时间反转法

时间反转法是指: 在驱动传感器激励出信号后, 将接受传感器接收到的信号在时域上做反转处理, 再将接受传感器改为驱动器, 将反转的信号发射出去, 原驱动器改为接收器, 接收反转的信号(即先到的后发射, 后到的先发射)^[10]。传播介质中对信号有影响的因素将在反向传播过程中再次重现其影响, 实现自适应聚焦^[11]。时间反转法的流程如图 1 所示。

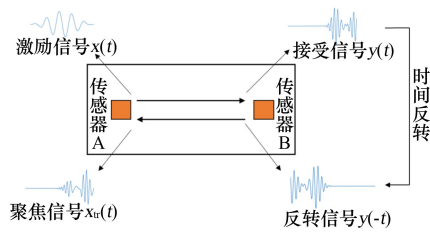


图 1 时间反转法流程

假设传感器 A 激励出的信号为 $x(t)$, 两传感器之间的传递函数为 $k(t)$, 则有: 传感器 B 首次接受到的信号可表示为 $y(t)$,

$$y(t) = x(t) \odot k(t) \quad (1)$$

式中: “ $\odot$ ” 表示卷积运算。上式经过傅里叶变换后, 其频域表达式:

$$Y(\omega) = X(\omega)K(\omega) \quad (2)$$

式中: ω 是信号的频率; $Y(\omega)$ 是 $y(t)$ 的傅里叶变换,

即接收信号的频谱; $X(\omega)$ 是 $x(t)$ 的傅里叶变换, 即激励信号的频谱; $K(\omega)$ 是 $k(t)$ 的傅里叶变换, 即频响函数。传感器 B 接收到的信号 $y(t)$ 经过时间反转后变为 $y(-t)$, 时域信号在时域上的反转相当于该信号再频域内的共轭, 由此可得:

$$Y(\omega) \xrightarrow{\text{tr}} Y^*(\omega) \quad (3)$$

式中: “ $*$ ” 表示共轭; “tr” 表示时间反转操作; $Y^*(\omega)$ 是 $Y(\omega)$ 的复共轭。该系统假定超声波传播过程中满足声学互易性原理, 即结构内部前向、后向的传递函数相同, 均为 $k(t)$ 。则在传感器 A 处接收到的信号 $x_{\text{ir}}(t)$ 可由下式表示:

$$x_{\text{ir}}(t) = y(-t) \odot k(t) \quad (4)$$

式中: $x_{\text{ir}}(t)$ 是重构信号, 由传感器 B 接收到的信号反转后 $y(-t)$, 在传感器 B 处重新激发, 再次传回传感器 A 处接收到的时域信号。

又因为 $y(-t) = x(-t) \odot k(-t)$, 将其代入上式得:

$$x_{\text{ir}}(t) = x(-t) \odot k(-t) \odot k(t) \quad (5)$$

式中: $x(-t)$ 是激励信号 $x(t)$ 的时间反转形式; $k(-t)$ 是传递函数 $k(t)$ 的时间反转形式。

将信号 $x_{\text{ir}}(t)$ 经傅里叶变换得到其频域表达式如下:

$$X_{\text{ir}}(\omega) = X'(\omega) K'(\omega) K(\omega) \quad (6)$$

式中: $X_{\text{ir}}(\omega)$ 是重构信号 $x_{\text{ir}}(t)$ 的傅里叶变换; $X'(\omega)$ 是激励信号频谱 $X(\omega)$ 的复共轭; $K'(\omega)$ 是传递函数频谱 $K(\omega)$ 的复共轭。

当激励信号 $x(t)$ 在时域内是对称信号时, 有 $x(t) = x(-t)$ 和 $X(\omega) = X'(\omega)$, 可以推出:

$$X_{\text{ir}}(\omega) = X(\omega) |K(\omega)|^2 \quad (7)$$

式中: $|K(\omega)|^2$ 是 $K(\omega)$ 的模的平方。

对公式再次采用傅里叶变换得到:

$$x_{\text{ir}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) |K(\omega)|^2 e^{i\omega t} d\omega \quad (8)$$

传递函数有材料本身的属性决定, 与信号无关, 所以 $|K(\omega)|^2$ 在式中是一个常数, 即 $|K(\omega)|^2 = C$ 。上式可推导成如下形式,

$$x_{\text{ir}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) |K(\omega)|^2 e^{i\omega t} d\omega = Cx(t) \quad (9)$$

上式表明激励信号 $x(t)$ 与经过时反重激发后接收到的信号 x_{ir} 之间成倍数关系。也说明时间反

转法可以实现信号的重构和聚焦,突出检测路径上的损伤对信号的干扰。由此可根据健康和损伤的聚焦信号的差异实现损伤识别。

1.2 步进扫描成像

传统的 RAPID 依赖大量的传感器组成阵列以实现损伤的定位,操作和处理数据费时费力^[12]。步进扫描只需要两个传感器组成一条扫描路径,单条路径可获取一定范围内的损伤信息,通过在检测区域内移动扫描路径,即可获取整个检测区域内的损伤信息。为了准确定位损伤,布置两条相互垂直的扫描路径(X 路径和 Y 路径)并沿着特定的方向移动,就可以获取足够的信息实现准确的定位成像。步进扫描的方式如图 2 所示。

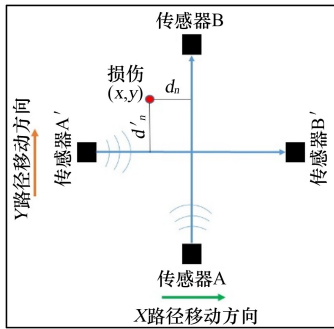


图 2 步进扫描方式

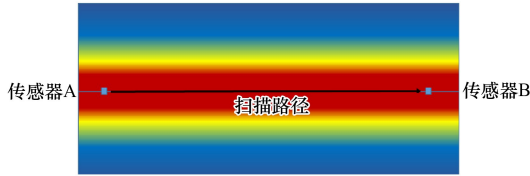


图 3 权重函数控制的矩形成像区域

与传统 RAPID 不同的是,步进扫描不依赖大量的传感路径,且 RAPID 的椭圆分布成像区域不适合步进扫描,为此,参考传统 RAPID 和 AN 等^[13]修改的权重参数,使用矩形分布区域(图 3),以避免椭圆分布中概率密度随距中心的距离改变,导致成像中心分辨率较高而边缘分辨率较低的现象。适合矩形成像区域的公式如下:

$$p(x, y) = \sum_{i=1}^n D_{1i} w_i(x, y) \quad (10)$$

$p(x, y)$ 是点 (x, y) 损伤的概率; D_{1i} 是第 i 条路径的损伤指数; $w_i(x, y)$ 是权重分布函数,控制扫描路径范围内概率的分布。

$$w_n = \begin{cases} 1 - \frac{d_i(x, y)}{\beta}, & d_i(x, y) \leq \beta \\ 0, & d_i(x, y) > \beta \end{cases} \quad (11)$$

式中: β 是控制扫描路径影响范围的参数,经过多次实验 β 的取值为 8.5 cm。 $d_i(x, y)$ 是检测区域内的点 (x, y) 到第 i 条路径的垂直距离。

1.3 多指数融合的损伤指数

根据损伤对波形的影响,比较健康状态下的聚焦信号和损伤状况下的聚焦信号,通过计算两种信号之间的差异来量化损伤,即损伤指数 (damage index, DI)。不同的损伤指数对损伤造成的幅值变化和波形的时延具有不同的敏感性,例如峰值时间延迟对波形的变化敏感,但却不能反映幅值的变化;均方根偏差对幅值变化敏感但是对波形变化却难以反映。为了保证损伤指数能够准确的反映损伤对信号的影响,避免单一损伤指数难以准确反映损伤程度甚至失效的情况^[14],本文采用多损伤指数融合的方法,将两个损伤指数按照权重进行融合计算,公式如下。

$$D_1 = \alpha D_{11} + \gamma D_{12} \quad (12)$$

式中: α 、 γ 是权重系数, D_{11} 、 D_{12} 是不同的损伤指数, D_{11} 为能量比损伤指数; D_{12} 为小波包能量比损伤指数。

能量比损伤指数描述了损伤前后信号之间的能量差异,其计算公式如下。

$$D_{11} = \left| 1 - \frac{E_d}{E_h} \right| \quad (13)$$

式中: E_d 、 E_h 是损伤状况下的信号能量和健康状况下的信号能量,离散信号的计算方式如下。

$$E_d = \sum_{n=1}^N (x_d[n])^2 \quad (14)$$

$$E_h = \sum_{n=1}^N (x_h[n])^2 \quad (15)$$

式中: N 是所截取窗口内的采样点数。

$x_d[n]$ 、 $x_h[n]$ 是截取的信号窗口第 n 个采样点的幅值,为了方便计算本文将窗口设定为整个信号,包含所有采样点。

先对信号使用 Daubechies 小波基做三层小波包分解,得到子带系数集合。

$$\{w_{h,j,k}[m]\}; \{w_{d,j,k}[m]\}$$

其中: $j=1, 2, \dots, J$, J 表示分解层数,为三层分解,所以 $J=3$; $k=1, 2, \dots, 2^j$, k 表示第 j 层中第 k 个子带; m 表示该子带系数序列中的第 m 个样本点; M 表示该子带系数序列中的所有样本点数。

计算每个子带的能量:

$$E_{h,j,k} = \sum_m^M w_{h,j,k}[m]^2 \quad (16)$$

$$E_{d,j,k} = \sum_m^M w_{d,j,k}[m]^2 \quad (17)$$

选定一个敏感的子带即相对于健康信号, 变化最大的子带。

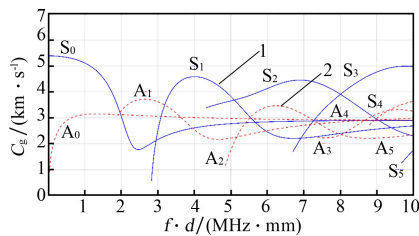
$$D_{12} = \left| 1 - \frac{\sum_{j,k} E_{d,j,k}}{\sum_{j,k} E_{h,j,k}} \right| \quad (18)$$

经由多次实验两个损伤指数对损伤识别的贡献相似, 限于篇幅不一一赘述。选取权重系数 $\alpha = \gamma = 0.5$, 则:

$$D_1 = 0.5 D_{11} + 0.5 D_{12} \quad (19)$$

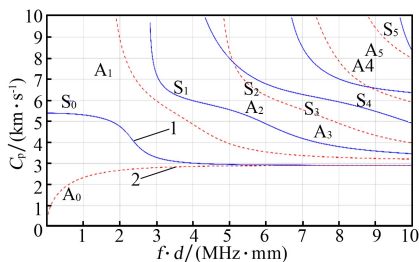
1.4 频散分析

Lamb 波在任何频率下激发产生的模式不少于两个, 并且随着激发频率的改变, Lamb 波的相速度和群速度也会发生变化。了解 Lamb 波的传播特性有利于选取合适的激励频率, 减少 Lamb 波多模式的影响。根据 Raleigh-Lamb^[15] 方程, 利用 MATLAB 软件求解得到的群速度和相速度随频厚积变化的曲线如图 4、5 所示(以 2 mm 厚的铝板为研究对象, 铝板的各项属性见表 1)。图 4、5 中: C_g 为群速度; C_p 为相速度; $f \cdot d$ 为频厚积; 是影响频散的主要因素; $S_0 \sim S_5$ 、 $A_1 \sim A_5$ 是发生频散后不同模式的波。



1—对称模式; 2—反对称模式。

图 4 群速度频散曲线



1—对称模式; 2—反对称模式。

图 5 相速度频散曲线

分析图 4、5 可知, 在频厚积小于 $1 \text{ MHz} \cdot \text{mm}$ 时, Lamb 波只有 A_0 和 S_0 模式。为了尽量激发出单一模态的 Lamb 波, 选择频厚积为 $0.3 \text{ MHz} \cdot \text{mm}$ 对应的频率, 即 Lamb 波的频率为 150 kHz 。为了进一步减少 Lamb 波的频散特性, 采用汉宁窗调制的五峰波正弦信号。最终激励信号如图 6 所示。

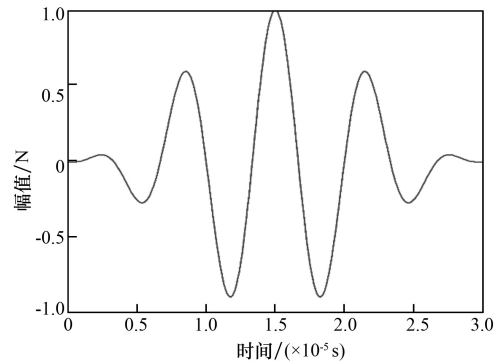


图 6 五峰波正弦信号

2 数值模拟

采用 ABAQUS 有限元分析软件建立铝板的仿真模型, 并在板中模拟 Lamb 波的传播, 验证本文所提方法的可行性。

2.1 铝板有限元模型建立

仿真对象铝板的有关参数如表 1 所示。以铝板的左下角为坐标原点建立坐标系, 确定损伤检测区域是以点 $(100, 100) \text{ mm}$ 为左下角, 以点 $(300, 300) \text{ mm}$ 为右上角的正方形区域。在检测区域内, x 方向上的扫描路径起始位置在 $x = 100 \text{ mm}$ 的直线上, 移动时沿着 x 轴的正方向移动, 移动步长为 40 mm , 移动 5 次就可覆盖正方形的检测区域; y 方向上的扫描路径起始位置在 $y = 100 \text{ mm}$ 的直线上, 沿着 y 轴的正方向移动, 移动步长为 40 mm 。

表 1 铝板的相关参数

长度/ mm	宽度/ mm	厚度/ mm	密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	弹性模 量/GPa	泊松 比
400	400	2	2 700	70	0.33

根据铝板的相关参数, 由 Abaqus 软件进行建模。为保证模拟的准确性和计算效率, 网格的划分是一个重要的环节。通常网格的尺寸应该小于最小激励模式波长的 $1/10$, 对应的时间步长应该小于速度最快的模式导波通过一个网格所用的时间。

由此计算可得网格尺寸与时间步长:

$$c_T = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{7 \times 10^{10}}{2 \times 2700 \times (1+0.33)}} = 3121.95 \text{ m/s} \quad (20)$$

$$\lambda_{\min} = \frac{c_T}{f} = \frac{3121.95}{1.5 \times 10^5} = 20.8 \text{ mm} \quad (21)$$

$$l \leq \frac{\lambda_{\min}}{10} = 2.08 \text{ mm} \quad (22)$$

式中: c_T 为铝板中横波波速, m/s; f 为在铝板上激发的荷载的频率, Hz; l 为网格的尺寸, m; E 为铝板的弹性模量, Pa; ρ 为铝板的密度, kg/m³; ν 为铝板的泊松比。为保证模拟的精度所以设定网格的尺寸 l 为 1 mm, 当网格尺寸选定时, 时间步长 Δt 可由下列公式计算得到:

$$c_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} = \sqrt{\frac{7 \times 10^{10} \times (1-0.33)}{2700 \times (1+0.33) \times (1-2 \times 0.33)}} = 6197.82 \text{ m/s} \quad (23)$$

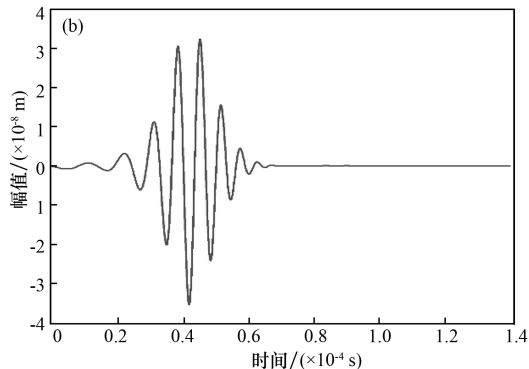
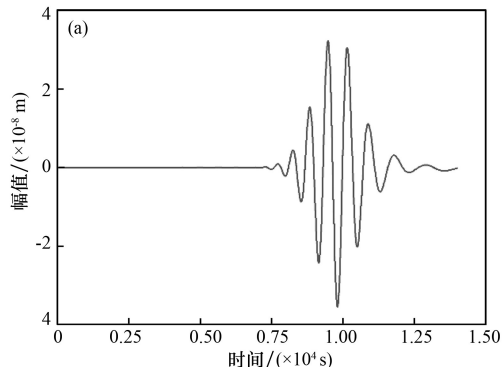
$$\Delta t \leq \frac{l}{c_L} = \frac{0.001}{6197.82} = 1.6 \times 10^{-7} \text{ s} \quad (24)$$

为保证模拟精度选择时间步长为 1×10^{-7} , 模型由软件 Abaqus 建成, 见图 7。

2.2 仿真结果

这里仅以 x 方向移动 4 次(标记为 X_4)采集到的数据为例进行说明。健康状况下采集到的信号及其经过时间反转处理的信号如图 8 所示。

将反转后的信号在传感器 B 再次激发, 传感器 A 接收到的聚焦信号如图 9 所示。如此便完成一次路径的激励和接收。



(a) 路径 X_4 上传感器 B 接收到的健康信号 $y(t)$; (b) 路径 X_4 的时间反转信号 $y(-t)$

图 8 路径 X_4 由传感器 B 采集的信号及时反信号

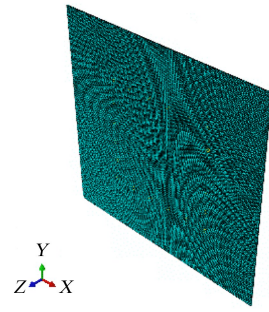


图 7 划分网格后的铝板模型

为模拟铝板的损伤, 通过在铝板上制造边长为 10 mm 的正方形孔洞来实现, 两种损伤情况分别是损伤位置在 (160, 160) 和 (220, 220), 以 (220, 220) 为例展示, 如图 10(a) 所示。将损伤状况下同一扫描路径接收到的聚焦信号与健康状况下的聚焦信号放在一起比较, 如图 10(b) 所示, 损伤的存在对波的传播造成了一定的影响, 这是由于波传播到损伤处时发生了折射和衍射, 在信号的时序图上表现为幅值和波形的变化。

2.3 损伤指数的计算

根据损伤指数计算公式计算得到各个扫描路径的损伤指数, 如表 2 所示。

当扫描路径经过损伤时(如损伤情况 1), 损伤指数有明显的增大, 同时扫描路径越靠近损伤, 损伤指数越大。当损伤在两条扫描路径之间(如损伤情况 2), 损伤对两条路径都有影响, 影响的大小与损伤到扫描路径的距离有关。

3 损伤成像

3.1 定位结果

利用 MATLAB 软件将公式 (10) 计算得到的

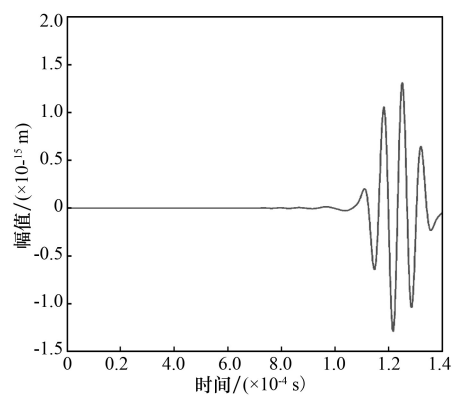
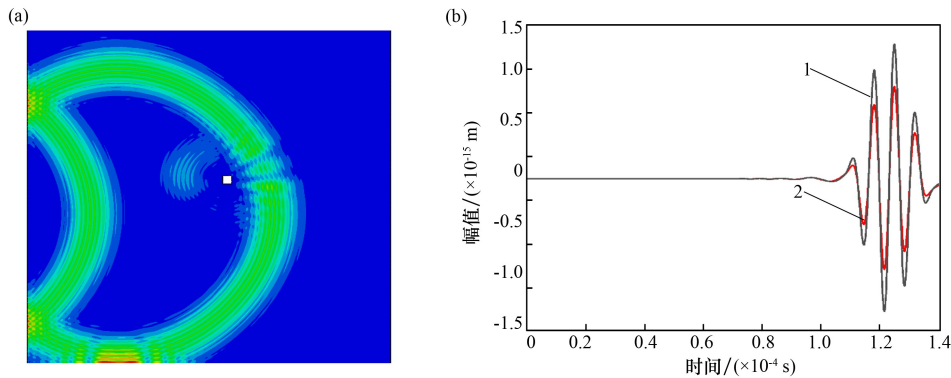


图 9 重激发后传感器 A 接收到的信号 $x_{tr}(t)$

损伤概率映射为图片上的像素, 损伤概率越大, 像素值越高, 对应像素的颜色越深。图 11 是两种损伤情况下的损伤成像图, 图中红色圆圈标示的是损伤成像定位结果。

3.2 误差分析

损伤成像得出的损伤位置为 (160.24, 160.24) mm 和 (219.49, 219.49) mm, 实际损伤位置在 (160, 160) mm 和 (220, 220) mm。预测的损伤位置与实际损伤位置之间的误差用二者在二维平面上的距离来表达, 汇总如表 3 所示。

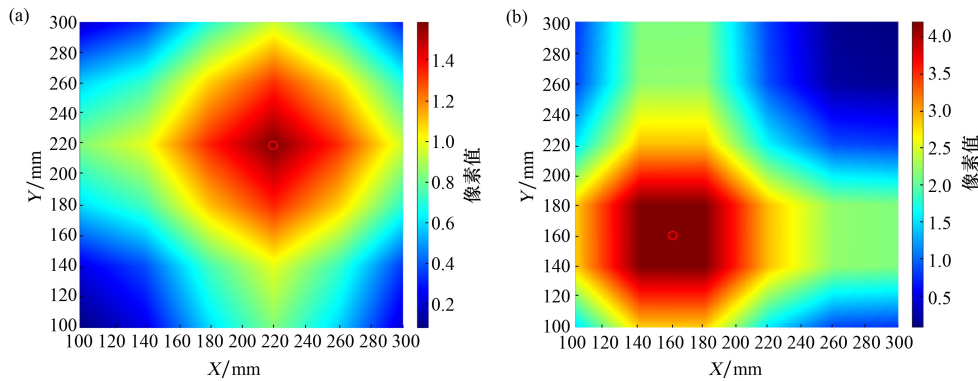


(a) 损伤试件中波的传播; (b) X_4 路径健康和损伤信号的对比
1—健康信号; 2—损伤信号。

图 10 铝板损伤仿真结果

表 2 路径损伤指数

X 路径	情况 1 损伤指数	情况 2 损伤指数	Y 路径	情况 1 损伤指数	情况 2 损伤指数
X_1	0.018	0.054	Y_1	0.018	0.054
X_2	0.047	1.380	Y_2	0.047	1.381
X_3	0.264	1.382	Y_3	0.264	1.382
X_4	0.529	0.061	Y_4	0.529	0.062
X_5	0.264	0.073	Y_5	0.264	0.073
X_6	0.020	0.001	Y_6	0.020	0.001



(a) 损伤情况 1; (b) 损伤情况 2

图 11 损伤成像图

表 3 损伤定位误差

损伤情况	预测损伤 位置/mm	实际损伤 位置/mm	误差距离/ mm
1	(160.24,160.24)	(160,160)	0.34
2	(219.49,219.49)	(220,220)	0.72

由分析可知,步进扫描损伤成像得出的损伤位置与实际损伤位置误差在 1 mm 以内,定位精度高,证明了本文方法在损伤定位上的有效性。

4 结 论

本文利用有限元方法模拟了铝板的损伤,并验证了结合时间反转的步进扫描成像方法的定位能力,得出结论如下。

(1) 本文提出的结合时间反转的步进扫描方法能够在传感器数量较少的情况下实现对铝板上损伤的识别,相比于传统的损伤成像方法,在传感器数量上具有明显优势。

(2) 改进权重系数的损伤成像能够实现较高精度的损伤定位,定位误差小于 1 mm。与传统的 RAPID 相比,在只有两个传感器的情况下实现了精准的损伤定位,定位效果不亚于传统的 RAPID。

(3) 多指数融合后的损伤指数能够精确反映损伤和健康状态的区别:距离损伤越远,影响越小,损伤指数越小;距离越近,则影响越大,损伤指数越大。

参考文献:

- [1] 田亮,王宇宁,樊立龙,等. 单模态 Lamb 波检测板类结构损伤识别成像方法[J]. 交通运输工程学报, 2024,24(6):121-134.
- [2] 骆英,李峰忠,徐晨光. Lamb 波频域逆散射全聚焦成像方法研究[J]. 实验力学,2021,36(2):195-204.
- [3] 邢博邯,蔡建,周智权,等. 航空结构中 Lamb 波小损伤监测能力研究[J]. 航空科学技术,2021,32(3):40-48.
- [4] 刘增华,徐营赞,何存富,等. 板状结构中基于 Lamb 波单模态的缺陷成像试验研究[J]. 工程力学,2014, 31(4):232-238.
- [5] 严夏君,李静,王强. 时间反转处理对 Lamb 波频散效应补偿分析[J]. 信息化研究,2013,39(2):21-24.
- [6] 何存富,周文桢,刘增华,等. 基于多通道时间反转 Lamb 波的铝板小缺陷检测[J]. 实验力学,2015,30(6): 683-689.
- [7] ZHAO X, ROYER R L, OWENS S E, et al. Ultrasonic Lamb wave tomography in structural health monitoring [J]. Smart Materials and Structures, 2011, 20(10): 105002.
- [8] 苗晓婷,李富才,孟光. 结合时间逆转的兰姆波与加权分布成像算法对多损伤识别的研究[J]. 机械工程学报,2011,47(16):1-8.
- [9] TENG F Y, WEI J T, LV S S, et al. Ultrasonic guided wave damage localization in hole-structural bearing crossbeam based on improved RAPID algorithm [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022,71:1-13.
- [10] 夏小松,郑艳萍. 基于 Lamb 波时间反转法的复合材料损伤检测[J]. 中国机械工程,2021,32(1):26-31,53.
- [11] 王建斌,杜云朋,张轩硕. 基于改进时间反转法的超声导波检测系统构建[J]. 中国测试,2014,40(2): 130-134.
- [12] WANG S L, WU W R, SHEN Y P, et al. Influence of the PZT sensor array configuration on lamb wave tomography imaging with the RAPID algorithm for hole and crack detection[J]. Sensors,2020,20(3):860.
- [13] AN Y H, PANG C Z, CUI R T, et al. Debonding damage detection in CFRP-reinforced steel structures using scanning probabilistic imaging method improved by ultrasonic guided-wave transfer function[J]. Ultrasonics, 2025,149:107592.
- [14] 刘小峰,周曾亮,柏林. 基于导波多特征交互融合的复材板损伤演化追踪[J]. 仪器仪表学报,2025, 46(4):102-113.
- [15] 王高平,李波,徐志勇,等. 基于 ABAQUS 的 Lamb 波时间反转薄板损伤研究[J]. 压电与声光,2021, 43(3):346-351.